



OLIMPIADA ESTATAL DE INFORMATICA

www.omijal.org

contacto@solacyt.org

El Comité Estatal te da la BIENVENIDA suerte!!!!

Instrucciones: Resuelve cuidadosamente cada pregunta, todas las respuestas tiene el mismo valor, por lo tanto administra tu tiempo y no te detengas demasiado tiempo en alguna pregunta. Contesta en la HOJA de RESPUESTAS

1. El mago Merlín reparte monedas de oro a los 1002 caballeros que están sentados alrededor de la gran mesa redonda de la siguiente manera: al primer caballero le da dos monedas, al segundo caballero (que está sentado a la izquierda del primero) le da cuatro monedas, al tercer caballero (que está a la izquierda del segundo) le da seis, así sucesivamente hasta llegar al último caballero que recibe 2004 monedas de oro. Como Merlín es justo, levanta su varita mágica y la mitad de las monedas que tiene cada caballero son transportadas al caballero de su izquierda. Si algún caballero no tiene un número par de monedas, Merlín le añade una. Merlín afirma: si repito este proceso muchas veces, llegará un momento en que todos ustedes tendrán el mismo número de monedas. ¿Es cierto lo que dice Merlín?

Solucion:

Si es cierto lo que dice Merlin. Al levantar su varita por primera vez unicamente el primer caballero aumenta de monedas; los demas caballeros no aumentan, ya que si un caballero recibe $(n-2)/2$ monedas y da $n/2$ monedas, entonces va a tener $[(n-2)/2] + n/2 = (n-2+n)/2 = n-1$, pero como n era par, entonces $n-1$ es impar y luego merlin le añade una moneda mas, y entonces se queda con n monedas que eran las que tenia antes. Puesto que las monedas del caballero 1002 no cambian (2004 monedas) entonces las monedas del primer caballero van a llegar a 2004 por lo siguiente: si b son las monedas del caballero 1002, y a son las del primer caballero, entonces el primer caballero va a tener $(b+a)/2$ monedas y esta cantidad nunca sobrepasa b , ya que si $b \geq a$ entonces $b+b \geq b+a$, luego $(b+b)/2 \geq (b+a)/2$, por tanto $b \geq (b+a)/2$, pero esas cantidades si crecen: si $b \geq a$, entonces $b+a \geq a+a$, luego $(b+a)/2 \geq a$, entonces como siempre va creciendo y nunca va a sobrepasar a 2004 entonces va a llegar a tener el primer caballero 2004 monedas. Al segundo caballero le va a pasar lo mismo (va a tener las mismas condiciones que el primer caballero, solo cambia la cantidad a) y sucesivamente a todos los caballeros tambien, por lo tanto todos van a tener en algun momento 2004 monedas y por tanto Merlin tenia razon.

2. Los candidatos para alcalde de Villa OMIJAL son Marin , Luisaca, Diego y Compa, y quieren acomodar su propaganda electoral en los ochenta postes que están en medio de la avenida principal de la villa con las condiciones siguientes:

1. En cada poste solamente se puede colocar una propaganda.
2. No pueden estar dos propagandas de un mismo candidato en postes consecutivos.

a) ¿De cuántas maneras posibles se pueden acomodar las propagandas en el caso en que todos los candidatos tengan más de 40 propagandas y todos cumplan con las dos condiciones?

b) ¿Y de cuántas maneras posibles se pueden acomodar en el caso en que cada candidato tiene 20 propagandas y sólo Marin cumple con las dos condiciones, mientras que los demás candidatos solamente cumplen con la condición 1?



Problema 8

Los candidatos para alcalde de Villa Chica son Clark, Chloe, Lana y Lex, y quieren acomodar su propaganda electoral en los ochenta postes que están en medio de la avenida principal de la villa con las condiciones siguientes:

- En cada poste solamente se puede colocar una propaganda.
- No pueden estar dos propagandas de un mismo candidato en postes consecutivos.

¿De cuántas maneras posibles se pueden acomodar las propagandas en el caso en que todos los candidatos tengan más de 40 propagandas y todos cumplan con las dos condiciones?

¿Y de cuántas maneras posibles se pueden acomodar en el caso en que cada candidato tiene 20 propagandas y sólo Clark cumple con las dos condiciones, mientras que los demás candidatos solamente cumplen con la condición a)?

Solución

Primera pregunta: como todos los 4 candidatos tienen más de 40 propagandas, entonces las formas de acomodar la propaganda en el primer poste son de 4 maneras, la del segundo son 3 maneras (ya que si alguien ya colocó su propaganda en el primer poste, no puede hacerlo en el segundo), la del tercero igual son de 3 formas, y así sucesivamente en los postes siguientes son de 3 formas, por tanto la cantidad total de formas son $4 \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdots 3 \cdot 3}_{39 \text{ veces}} = 4 \cdot 3^{39}$.

Segunda pregunta: como las propagandas de Clark son las que no pueden estar juntas coloquémoslas primero de la siguiente forma: imagine que tiene 61 postes, ahora coloque como sea las 20 propagandas de Clark; esto se puede hacer de $\binom{61}{20}$ maneras posibles; a partir de aquí añada un poste entre cada dos postes que tengan propaganda de Clark; entonces se van a añadir en total 19 postes, para hacer un total de 80 postes. Fíjese que al colocar los 19 postes estamos forzando a que la propaganda de Clark esté separada por al menos un poste. Ahora de los 60 que faltan ya solo faltan acomodar las propagandas restantes; empecemos con Chloe: hay 20 propagandas para colocar en 60 postes, esto se hace de $\binom{60}{20}$ formas; ahora con Lana: faltan 40 postes para colocarles 20 propagandas y se hace en $\binom{40}{20}$ formas; y Lex ya solo puede colocarlas de $\binom{20}{20} = 1$ formas. Por lo tanto se puede hacer esto de: $\binom{61}{20} \cdot \binom{60}{20} \cdot \binom{40}{20} \cdot \binom{20}{20}$ formas posibles. \square

3. Hoy gran etapa: Guadalajara-El Grullo, durante la vuelta a Jalisco, tenemos seis hombres a la cabeza. Son:

Como nuestro cronista no conoce bien a todos los competidores solo los describe por las características que alcanza a notar en cada uno de ellos, sabemos que:

* Este grupo comprende seis hombres, todos de nacionalidades diferentes: alemán, inglés, belga, español, italiano y francés.

* Tres marcas patrocinan a los corredores, cada una de ellas a dos: IBM, INTEL y HP

Se tiene la siguiente información:

* El número 1 y el alemán son dos corredores que llevan los colores de la marca IBM

* El número 5 y el belga llevan los dos los de la marca INTEL

* El español y el número 3 llevan los dos los de la marca HP

* Los corredores números 2 y 6 sacaron ventaja a la entrada del circuito de ITESO, mientras que el español se quedó.

* El italiano y el francés se adelantaron 30 segundos al número 3 en la tercera vuelta de este circuito.

* El número 2 y el alemán debieron abandonar, ambos, después de una caída.

* Finalmente, el número 1 ganó el sprint final frente al italiano.

Quien es quien ?

4. Encuentra el primer número natural N de tres dígitos tales que al dividir N entre 11 el resultado sea igual a la suma de

sus dígitos.

Problema 1

Encuentra todos los números naturales N de tres dígitos tales que al dividir N entre 11 el resultado sea igual a la suma de sus dígitos.

Solución

Como N es de tres dígitos, entonces N se puede expresar como $100a + 10b + c$, donde a , b y c son dígitos (del 0 al 9); por ejemplo, si N fuera 145, entonces $N = (100 \times 1) + (10 \times 4) + 5$. Entonces queremos en realidad hallar los valores de a , b y c de lo siguiente: $\frac{100a+10b+c}{11} = a + b + c$; pero esto pasa sólo si pasa esto: $100a + 10b + c = 11a + 11b + 11c$, y a su vez equivale a: $89a = b + 10c$, luego hay que hallar todos los valores de a , b y c que cumplan esta ecuación: $89a = b + 10c$. $a \neq 0$ puesto que pidieron a N de tres cifras, y si a fuera 0 entonces N sería de dos cifras nada más. Ahora digamos que $a = 2$, entonces la parte izquierda de la ecuación valdría 178, pero la parte derecha es a lo más 99 (cuando $b = c = 9$); entonces no se valdría la ecuación, y esto ocurre para valores de a mayores a 2 también; luego $a = 1$. Ahora hallemos todos los valores de b y c de $89 = b + 10c$, y lo podemos hacer así:

Si $b = 0$ entonces $c = \frac{89}{10} = 8.9$ que no es entero,

si $b = 1$ entonces $c = 8.8$, tampoco,

si $b = 2$ entonces $c = 8.7$, tampoco,

si $b = 3$ entonces $c = 8.6$, tampoco,

si $b = 4$ entonces $c = 8.5$, tampoco,

si $b = 5$ entonces $c = 8.4$, tampoco,

si $b = 6$ entonces $c = 8.3$, tampoco,

si $b = 7$ entonces $c = 8.2$, tampoco,

si $b = 8$ entonces $c = 8.1$, tampoco,

si $b = 9$ entonces $c = 8$, ¡sí dio entero!

Lo hicimos de $b = 0$ hasta 9 puesto que b es un dígito y son los únicos casos. Por tanto el único natural N que cumple con las condiciones es 198. \square

5. En el restaurante, después de una dura mañana en la Preparatoria PasaFacil, Álvaro, Daniel, Paco, Enrique, Carmen y Luis se encuentran en el comedor. Sabemos que:

1. Daniel, Carmen y el aficionado al pescado aprecian el vino blanco.
2. Paco mira con envidia a las personas que eligieron jabalí y pato a la naranja.
3. Álvaro y Daniel están situados frente a los que degustan la tortilla de patata y el pato a la naranja.
4. Álvaro, Paco y Enrique han elegido cada uno un plato de carne.

¿Quién ha pedido el bistec? ¿Y los caracoles?

6. Las placas de matrícula de los vehículos de un cierto país (26 letras) constan de 3 letras seguidas de 2 números. ¿Cuántas placas distintas pueden formarse?

Solucion: En cada espacio de las letras pueden ir las 26 letras y en cada espacio de los numeros pueden ir 10 numeros, entonces la solucion abreviada podria ser $26^3 \times 10^2$

7. En el domino convencional el maximo puntaje de un lado de la ficha es 6, y tiene 28 fichas, en el OMIDomino la puntuación maxima de una ficha es 12, ¿Cuanto sumarian los puntos del OMIDomino ?

1092

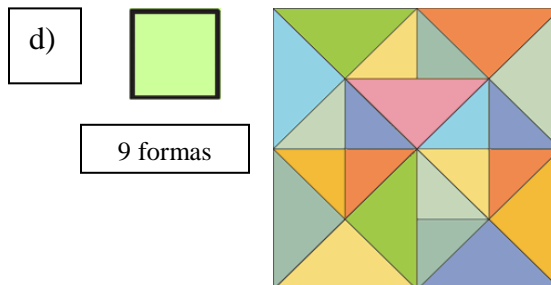
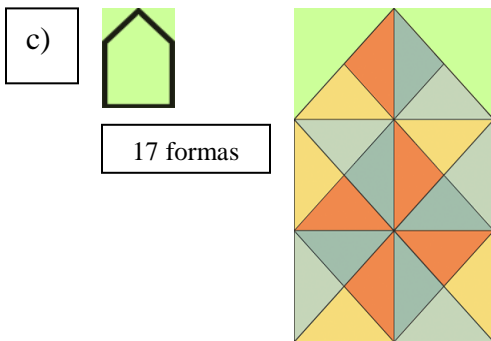
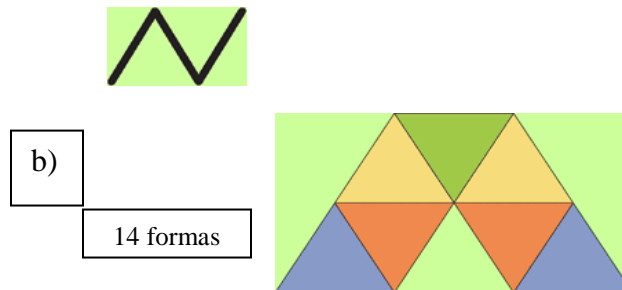
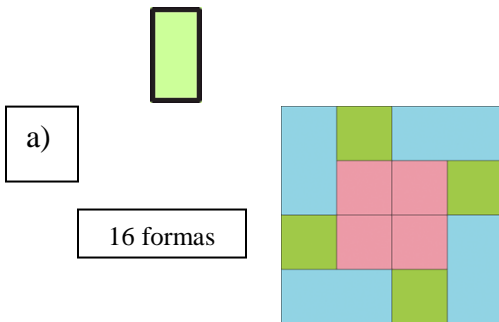
91 fichas en total

8. Para numerar las páginas de un libro se han utilizado 960 dígitos. ¿cuántas páginas tiene el libro?

Solucion:

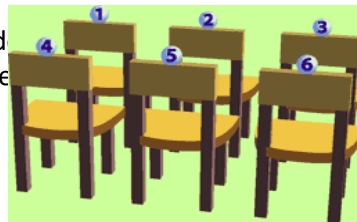
Es un problema sencillo que se puede hacer por “la cuenta de la vieja”. Se utilizan 9 dígitos para numerar las nueve primeras páginas y 180 dígitos para numerar las páginas de la 10 a la 99. Quedan por tanto $960 - 189 = 771$ dígitos, que corresponden a números de tres cifras. Con dichos dígitos se pueden escribir $771 : 3 = 257$ páginas más. Por tanto el libro tiene. $9 + 90 + 257 = 356$ páginas

9. De cuantas formas puedes acomodar la figura de la izquierda en la figura de la derecha?
(Respetando las líneas internas)



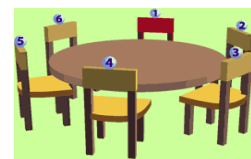
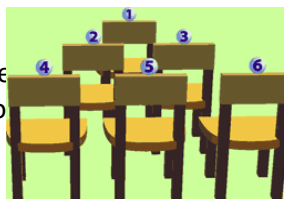
10. Arturo y Mayra se sentaron tan lejos como pudieron uno de otro. Francisco se sentó detrás y un asiento a la izquierda de Meche. Alex se sentó a la derecha de Meche. ¿Dónde se sentó Pepito?

Solucion: Pepito se sentó en el asiento 5



11. Arturo y Mayra se sentaron en la misma fila. Francisco se sentó directamente atrás de Meche. Alex se sentó adelante de Mayra y a la derecha de Francisco. ¿Dónde se sentó Pepito?

Solucion: Pepito se sentó en el asiento 2

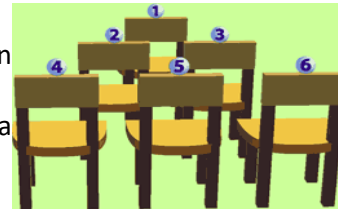


12. Arturo, Mayra, y Francisco se sentaron de manera que dos de ellos no estén al lado del otro. Meche se sentó en dirección opuesta a Arturo. Mayra se sentó en el asiento rojo (el superior). Alex se sentó a la derecha de Mayra. ¿Dónde se sentó Pepito?

Solución: Pepito se sentó en el asiento 4

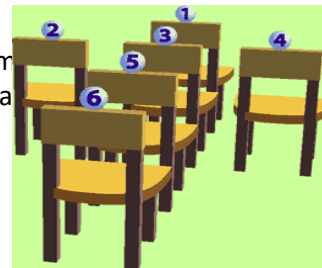
13. Arturo, Mayra y Francisco se sentaron en las esquinas de un triángulo equilátero, con Meche, Alex y Pepito en los centros de cada arista. Arturo se sentó a la izquierda de Meche, que se sentó a la izquierda de Mayra. Alex se sentó más adelante que Francisco. ¿Dónde se sentó Pepito?

Solución: Pepito se sentó en el asiento 5



14. Arturo y Mayra se sentaron con una silla entre ellos, de la misma manera que Meche y Alex. Meche y Alex tienen una silla en medio. Alex se sentó más adelante que Arturo, Mayra y Meche. ¿Dónde se sentó Pepito?

Solución: Pepito se sentó en el asiento 5



15. Fernando y Camilo son gemelos idénticos pero Fernando solo miente los lunes, martes y miércoles mientras que Camilo solo miente los jueves, viernes y sábados (ambos dicen la verdad el resto de la semana). En cierta ocasión los ves juntos pero como son idénticos no puedes saber quién es quién a primera vista. En cada caso determina quién es Fernando y quién es Camilo (A o B) y qué día de la semana es:

- A: yo mentiré mañana. B: yo mentí ayer y mentiré mañana.
- A: hoy no es domingo. B: hoy no es lunes.
- A: hoy es domingo. B: hoy es martes.
- A: Camilo mintió ayer. B: Fernando mintió hace tres días.
- A: yo miento los viernes. B: yo miento los lunes.

16. Cuatro personas quieren ir a una biblioteca de noche pero le tienen miedo a la oscuridad así que necesitan llevar una lámpara para el viaje. La lámpara solo ilumina a dos personas, así que no pueden ir los 4 en un solo viaje.

Un de ellos camina muy rápido y podría llegar en 1 minuto

Otro camina rápido y podría llegar en 2 minutos

Otro camina más lento y podría llegar en 5 minutos

Y uno de ellos es lentísimo y tarda 10 minutos en llegar

¿Cómo le deben de hacer para que las 4 personas lleguen a la biblioteca en 17 min, si de las dos personas que vayan caminando hacia la biblioteca, la más rápida de las dos tiene que ir al mismo ritmo que la más lenta?

¿Cuántos viajes a la biblioteca tienen que hacer? (solo las idas)

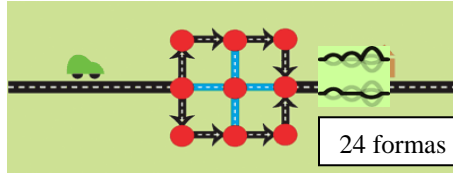
17. ¿Cuántos caminos diferentes hay para que el carro llegue a la casa? Sigue el sentido de las flechas, teniendo cuidado de no pasar dos veces por el mismo punto. A la izquierda se presentan dos ejemplos.

a)

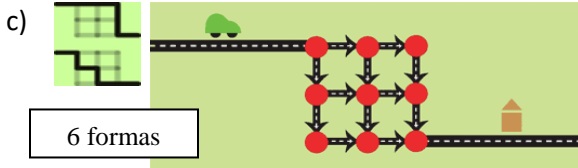
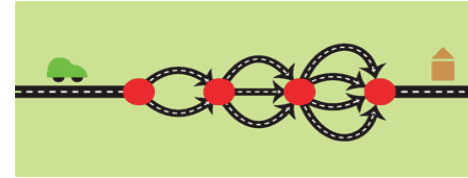
b)



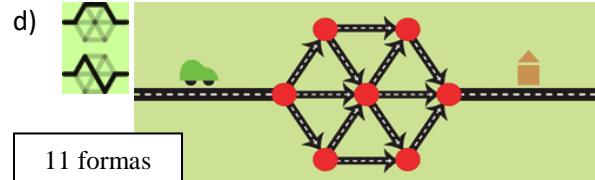
2 formas



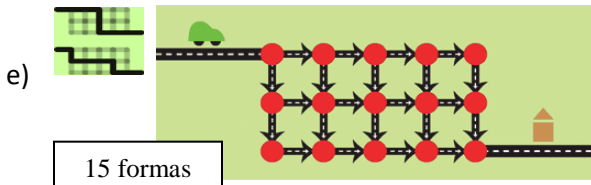
24 formas



6 formas



11 formas



15 formas

18. Un niño quiere subir una escalera, el número máximo de escalones que puede subir de un paso es tres, es decir puede subir uno, dos o tres escalones a la vez. Si tenemos 21 escalones en total. ¿De cuántas maneras distintas puede subir los escalones?

19. Un camino circular está formado de 19 piedras que numeramos del 0 al 18, Juan Pedro empieza en la piedra 0 y se mueve a la piedra número 1, luego da cuatro pasos hasta la piedra número 5, luego 9 pasos hasta la piedra número 14 y así continúa hasta que al final da 2008^2 pasos y se pone a descansar. ¿En qué piedra está parado?

ahhh, entonces es $(2008^2) \bmod 19$ pasos lo cual es igual a $(2008 \bmod 19) (2008 \bmod 19) \bmod 19$

$2008 \bmod 19 = 13$

$(13 * 13) \bmod 19$

$169 \bmod 19$

17

20. 36 estudiantes que presentaron un examen de Cocina Básica, la calificación promedio de los que aprobaron fue de 6 y de los que reprobaron fue de 4.2. Si la calificación promedio de todos es de 5.6 ¿Cuántos estudiantes aprobaron el examen?

HOJA DE RESPUESTAS

Nombre: _____

Numero: _____

Escuela: _____

Nivel: () Secundaria () Prepa

Grado: _____ () Año () Semestre

1.- _____ A) si B) no C) si, después de 20 veces

2.- a) _____ b) _____

3.-

1 _____

2 _____



OLIMPIADA ESTATAL DE INFORMATICA

www.omijal.org

contacto@solacyt.org

3 _____

e) _____

4 _____

18.- _____

5 _____

19.- _____ piedra

6 _____

20.- _____ estudiantes

¿4.- _____

5.- Bistec: _____ Caracoles: _____

6.- _____ placas

7.- _____ puntos

8.- _____ paginas

9.-

A _____ B _____

C _____ D _____

10.- _____

11.- _____

12.- _____

13.- _____

14.- _____

15.-

a) Dia: _____ A: _____ B: _____

b) Dia: _____ A: _____ B: _____

c) Dia: _____ A: _____ B: _____

d) Dia: _____ A: _____ B: _____

e) Dia: _____ A: _____ B: _____

16.- _____ viajes

17.-

a) _____

b) _____

c) _____

d) _____